

CHƯƠNG II. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN – QUAN HỆ SONG SONG



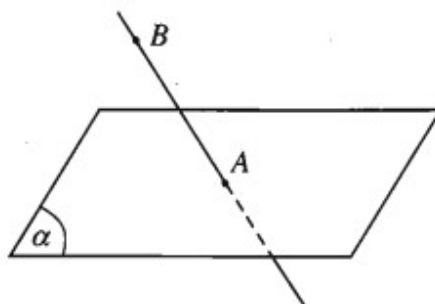
BÀI 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

1. Khái niệm mở đầu

- **Mặt phẳng:** Mặt bảng, mặt bàn, mặt nước hồ yên lặng cho ta hình ảnh một phần của mặt phẳng. Mặt phẳng không có bề dày và không có giới hạn.

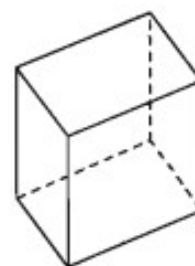
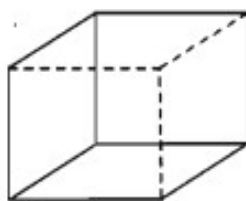
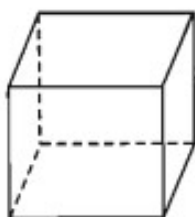


- **Điểm thuộc mặt phẳng:** Hình bên dưới biểu diễn điểm $A \in (\alpha)$, $B \notin (\alpha)$.

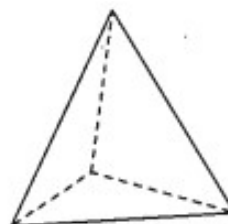
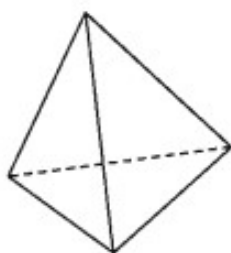


- **Hình biểu diễn của một hình không gian:**

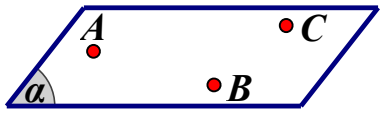
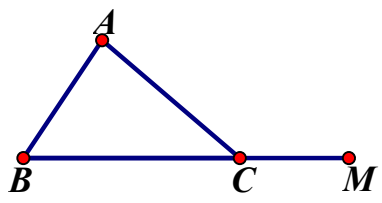
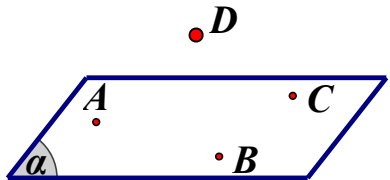
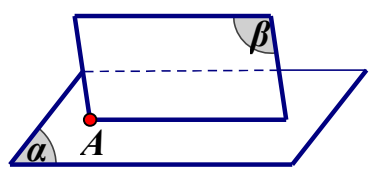
- Ta có một vài hình biểu diễn của hình lập phương như sau:



- Và một vài hình biểu diễn của hình chóp tam giác:



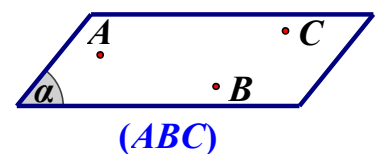
2. Các tính chất thừa nhận

• TC1 Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.	
• TC2 Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.	
• TC3 Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.	
• TC4 Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.	
• TC5 Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa. Suy ra: Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng sẽ có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. (Đường thẳng chung của 2 mặt phẳng gọi là giao tuyến)	
• TC6 Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.	

3. Ba cách xác định một mặt phẳng

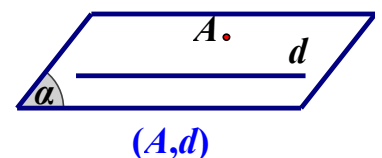
Cách 1: Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Kí hiệu: (ABC) .



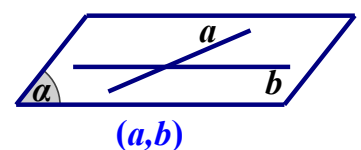
Cách 2: Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó.

Kí hiệu: (A, d) .



Cách 3: Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Kí hiệu: (a, b) .



4. Hình chóp và tứ diện

● **Hình chóp:** Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. lấy điểm S nằm ngoài (α) . lần lượt nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ gọi là hình chóp.

- kí hiệu: $S.A_1A_2 \dots A_n$

- Ta gọi: ● S : đỉnh

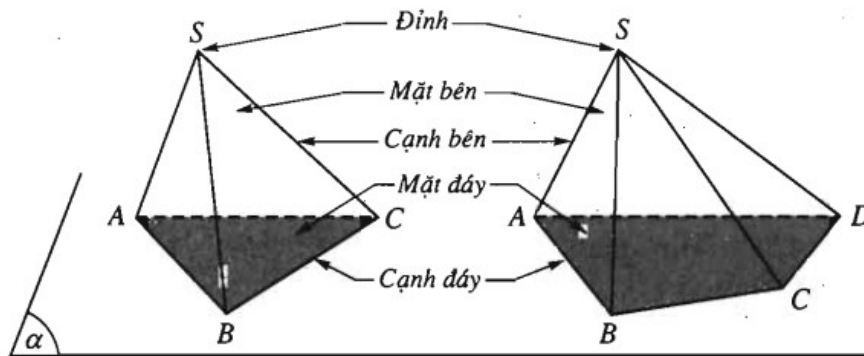
● Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$: mặt đáy.

● Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$: mặt bên.

● Các đoạn $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$: cạnh bên.

● Các cạnh của đa giác đáy là: cạnh đáy.

- Hình chóp có đáy là tam giác, tứ giác, ... ta gọi lần lượt là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, ...



Ví dụ 1. Hãy kể tên mặt bên, cạnh bên, cạnh đáy của hai hình chóp ở hình trên.

● **Hình chóp tam giác $S.ABC$ có:**

Mặt bên: _____

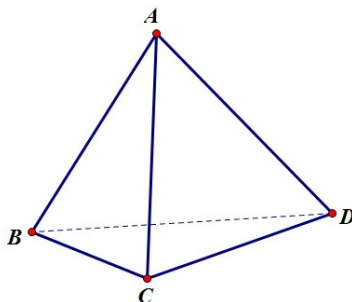
Cạnh bên: _____

Cạnh đáy: _____

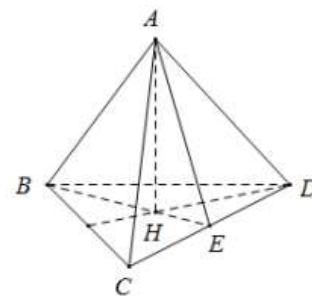
● **Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có:**

● **Tứ diện:** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ACD, ABD, BCD gọi là tứ diện $ABCD$.

Tứ diện đều: là tứ diện có bốn mặt là tam giác đều.



Tứ diện thường ABCD



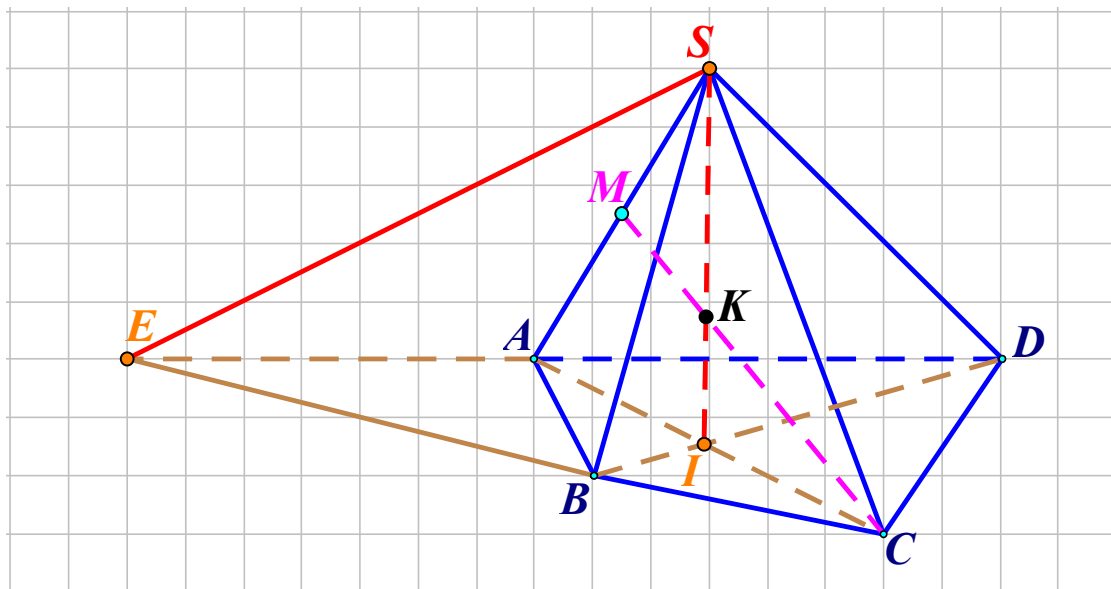
Tứ diện đều ABCD

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ với tứ giác $ABCD$ có các cặp cạnh đối không song song.

Xác định:

- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- Giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

Giải.



a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có: $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1)

Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $SI = (SAC) \cap (SBD)$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Ta có: $S \in (SAD) \cap (SBC)$ (3)

Gọi $E = AD \cap BC \Rightarrow E \in (SAD) \cap (SBC)$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $SE = (SAD) \cap (SBC)$

c) Giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

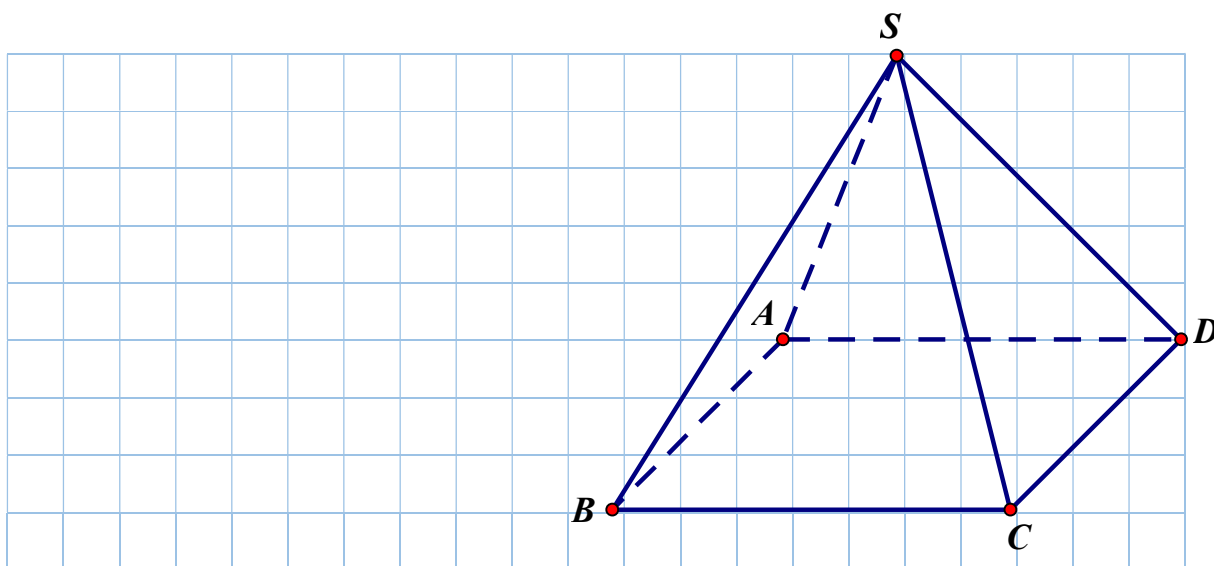
Trong mặt phẳng (SAC) . Gọi $K = MC \cap SI$

Suy ra $K = MC \cap (SBD)$

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, CD . Tìm:

- a) $(SAC) \cap (SBD)$. b) $(SAC) \cap (MBD)$.
c) $(AMN) \cap (MBD)$. d) $AN \cap (SBC)$.

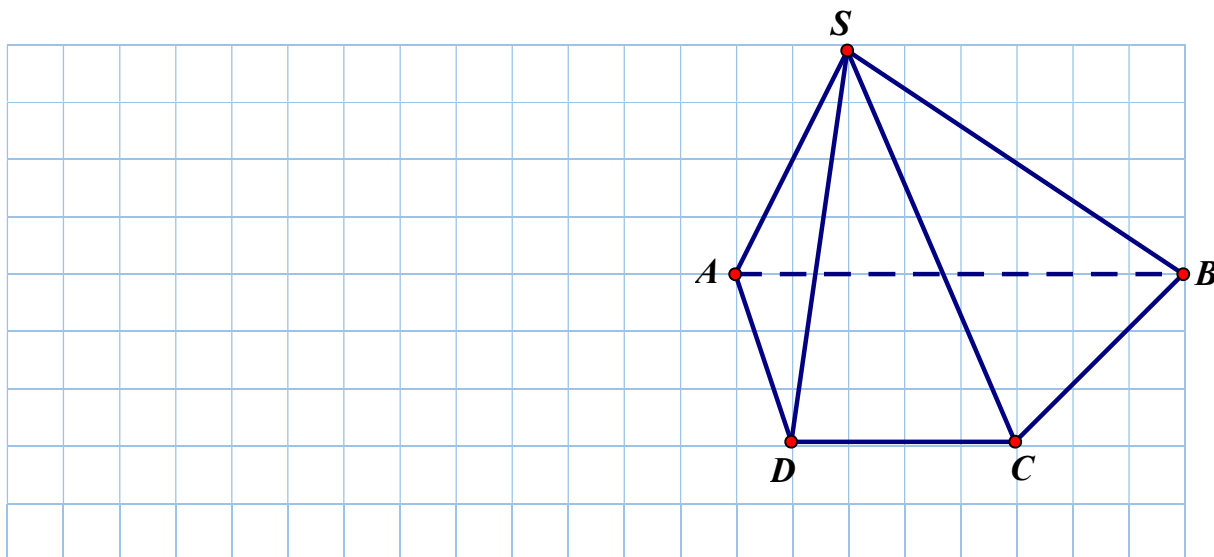
Giải.



Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với cạnh đáy lớn là AB . Gọi K, H lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (*SAC*) và (*SBD*).
b) (*SAD*) và (*SBC*).
c) (*SAC*) và (*KBD*).
d) (*SAH*) và (*SBC*).

Giải.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập tự luận

- Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA và P là điểm nằm trên cạnh SC sao cho $CP = \frac{1}{3}SC$. Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:
 - (SAB) và (SMN) .
 - (SAC) và (MNP) .
 - (SBC) và (MNP) .
 - (ABC) và (MNP) .
- Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, M lần lượt là trung điểm của BC, SD . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:
 - (SAI) và (SBD) .
 - (SAI) và (SCD) .
 - (AIM) và (SCD) .
 - (AIM) và (SBD) .
- Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình thang có đáy lớn là AD . Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AD, SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:
 - (SAC) và (SBH) .
 - (SAC) và (MBH) .
 - (SBD) và (SCH) .
 - (SBD) và (MCH) .
- Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC, CD và M là điểm nằm trên cạnh SD sao cho $MS = 3MD$.
 - Tìm giao điểm của mặt phẳng (SAC) với các đường thẳng IK, MK và MI .
 - Tìm giao tuyến của (IMK) với mặt phẳng (SAC) .

Bài tập trắc nghiệm

- Câu 1.** Trong không gian cho 4 điểm phân biệt không đồng phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 3 trong số 4 điểm trên?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 2.** Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm S, A, B, C, D ?
- A. 8. B. 7. C. 6. D. 5.
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ với tứ giác $ABCD$ có $I = AC \cap BD, E = AD \cap BC, F = AB \cap CD$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) :
- A. SI . B. SE . C. SF . D. SA .
- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $IJCD$ là hình thang. B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
 C. $(IAC) \cap (JBD) = AO$. D. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD (AB \parallel CD)$. Gọi $O = AC \cap BD, I = AD \cap BC$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
 B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .
 C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI .
 D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.